13.1. Пусть X и Y — полунормированные пространства. Постройте изометрическое линейное отображение
$$X \otimes_\varepsilon Y \to \mathscr{L}(X', Y), \qquad x \otimes y \mapsto (f \mapsto f(x)y)$$
(оно использовалось на лекции при доказательстве совпадения $\otimes_\pi$ и $\otimes_\varepsilon$ для ядерных пространств).

13.2. Пусть $0 \to X_1 \to X_2 \to X_3 \to 0$ — точная последовательность пространств Фреше и Y — пространство Фреше. Предположим, что X_1 ядерно. Докажите, что последовательность
$$0 \to X_1 \mathbin{\widehat{\otimes}_\pi} Y \to X_2 \mathbin{\widehat{\otimes}_\pi} Y \to X_2 \mathbin{\widehat{\otimes}_\pi} Y \to 0$$
точна. (На лекции это утверждение было доказано в предположении, что X_2 или Y ядерно.)

13.3. Пусть $X_1 \to X_2 \to X_3$ — точная последовательность пространств Фреше и Y — пространство Фреше. Предположим, что X_2 или Y ядерно. Докажите, что последовательность
$$X_1 \mathbin{\widehat{\otimes}_\alpha} Y \to X_2 \mathbin{\widehat{\otimes}_\beta} Y \to X_3 \mathbin{\widehat{\otimes}_\gamma} Y$$
точна для любых $\alpha, \beta, \gamma \in \{\pi, \varepsilon\}$.

13.4. Докажите, что хаусдорфово локально выпуклое пространство X бочечно тогда и только тогда, когда его топология есть $\beta(X, X')$.

13.5. Докажите, что хаусдорфово локально выпуклое пространство X бочечно тогда и только тогда, когда каждое ограниченное подмножество в X'_σ равностепенно непрерывно.

13.6. Докажите, что хаусдорфово локально выпуклое пространство X квазибочечно тогда и только тогда, когда каждое ограниченное подмножество в X'_β равностепенно непрерывно.

13.7. Докажите, что хаусдорфово казибочечное локально выпуклое пространство X является пространством Макки (это означает, что его топология есть $\tau(X, X')$). Приведите пример хаусдорфова локально выпуклого пространства, не являющегося пространством Макки.

13.8. Хаусдорфово локально выпуклое пространство называется *квазиполным*, если все его замкнутые ограниченные подмножества полны. Докажите, что для квазиполных пространств свойства бочечности, квазибочечности и борнологичности эквивалентны.